



Jetzt wird geknobelt! Und so geht's...

- 1. Löse zuerst einmal die ausgeteilte Startaufgabe. Sie ist die Eintrittskarte zur Knobelstraße. Wenn du das geschafft hast, kommst du nach vorne zu einem von uns Betreuern und zeigst deine Lösung vor. Wenn sie richtig ist, bekommst du nun deinen Knobelpass und schon kann's richtig losgehen.
- 2. Jetzt geht es darum, einzelne Stationen der Knobelstraße zu lösen. Insgesamt stehen dir 8 verschiedene Stationen zur Auswahl. Du musst diese nicht der Reihenfolge nach bearbeiten. Such dir einfach immer diejenige Station aus, die dir am besten gefällt oder auf die du gerade am meisten Lust hast.
- 3. Hast du eine Station komplett gelöst, kommst du wieder nach vorne zu einem von uns Betreuern und zeigst deine Lösung. Ist sie richtig, machen wir auf deinem Knobelpass bei der Station, die du gerade bearbeitet hast, ein Zeichen. Dieses Zeichen bedeutet dann, dass du die Station erfolgreich gelöst hast.
- 4. Versuche, so viele Stationen wie möglich zu bearbeiten. Wer alle Stationen erfolgreich gelöst hat, bekommt am Ende von uns einen Preis!

Hinweis: Einige Stationen bereiten dir möglicherweis einiges Kopfzerbrechen. Lass dich davon nicht entmutigen. Die Lösung liegt oft näher, als du denkst!

Falls du bei einer Aufgabe jedoch gar nicht weiterkommen solltest, kannst du es einfach mit einer anderen versuchen.

Und nun viel Spaß!

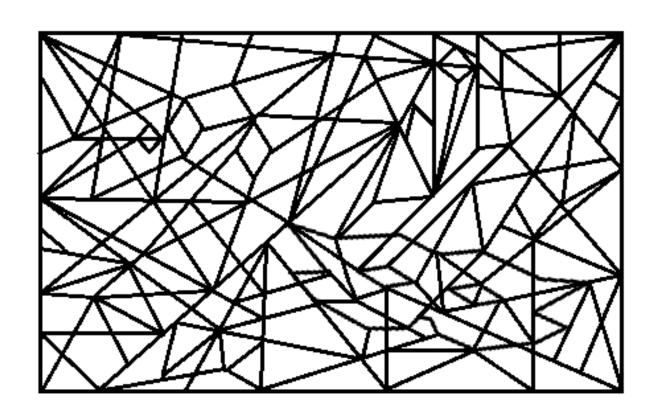




Irgendwo in diesem Wirrwarr hat sich eine Faschingsmaske versteckt.



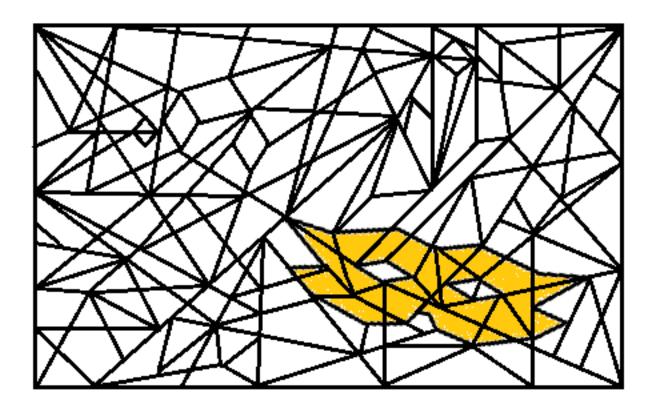
Finde sie und male sie in einer bunten Farbe an!







Zur Lösung dieser Aufgabe gibt es keine feste und mit großer Sicherheit zielführende Strategie. Es muss schlichtweg gesucht werden. Hilfreich ist es jedoch, nach Anhaltspunkten der zu suchenden Maske, wie beispielsweise den zwei rautenförmigen Augen, welche gleich groß, in gleicher Richtung und nebeneinander liegen müssen, Ausschau zu halten. Im Folgenden ist die Maske gelb eingefärbt, wodurch erkennbar ist, wo sie sich im Bild befindet.



Didaktischer Kommentar:

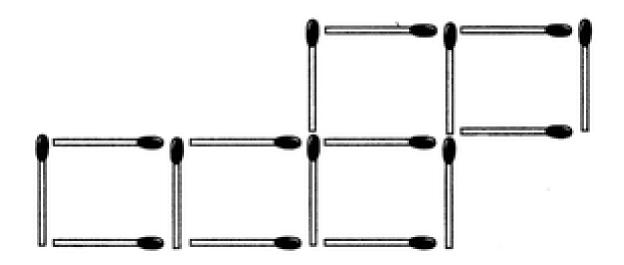
Diese Aufgabe erfordert keine Kenntnisse über mathematische Fachinhalte. Dies wird an dieser Stelle jedoch bewusst eingesetzt, da es sich um die Einstiegsaufgabe handelt, die in jedem Fall von allen Schülerinnen und Schülern gelöst werden können soll, gleich auf welchem mathematischen Niveau sie sich befinden. Sie soll die Motivation auf die kommenden Aufgaben steigern und nicht bereits im Vorfeld abschrecken. Selbst diejenigen Lernenden, die nicht systematisch vorgehen und nach markanten Anhaltspunkten Ausschau halten, sondern eher willkürlich suchen, können die Aufgabe dadurch lösen.



Station 1: Streichhölzer

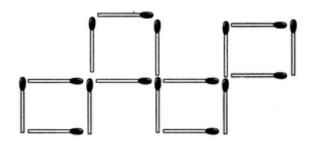


Kaspar möchte sich in diesem Jahr an Fasching als Zauberer verkleiden und übt dazu ein paar coole Tricks mit Streichhölzern, die er dann seinen Freunden vorführen will. Doch dieses Rätsel hat es wirklich in sich! Kaspar kommt einfach nicht auf die Lösung. Durch das Umlegen von 2 Stäbchen sollen vier gleich große Quadrate entstehen. Kannst du ihm helfen?





Die Lösung sieht folgendermaßen aus:



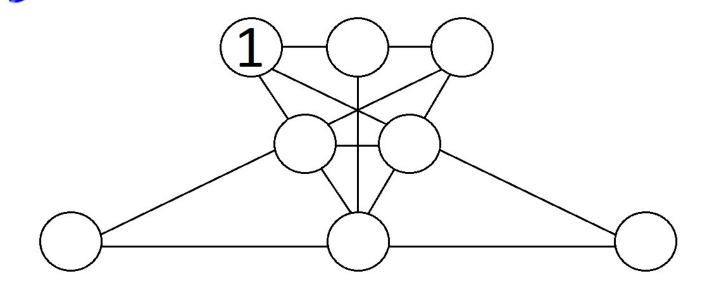
Didaktischer Kommentar:

Auch hier führt systematisches Probieren zum Ziel. Zudem fördert und fordert diese Aufgabe die geometrische Vorstellungskraft der Schülerinnen und Schüler, schließlich muss sich bei jeder Veränderung überlegt werden, wie die neue Figur aussehen wird. Zudem muss man sich überlegen, welche Streichhölzer veränderbar und welche unverändert bleiben müssen, damit am Ende die geforderten Bedingungen erfüllt sind. Somit kann das Invarianzprinzip angewendet werden.



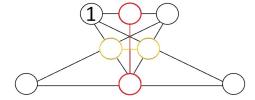
Station 2: Zahlennetz

Die Zahlen 1 bis 8 sollen in die leeren Kreise geschrieben werden. Dabei soll die Summe der Zahlen, die auf einer gemeinsamen geraden Linie (also nicht über Eck) liegen, immer gleich 12 sein. Die Zahl 1 ist als Ausgangspunkt bereits vorgegeben. Trage nun noch die restlichen Zahlen 2 bis 8 in die leeren Kreise ein.

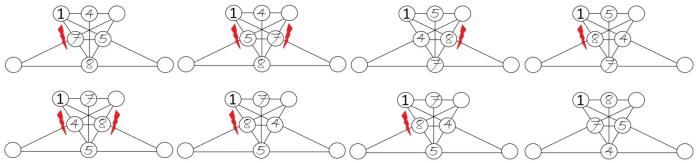




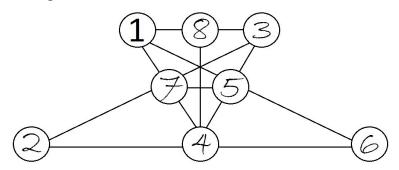
Zur Lösung dieser Aufgabe überlegt man sich zunächst, dass in der Mitte der Figur zwei Mal nur zwei Kreise auf einer gemeinsamen geraden Linie liegen (sonst sind es immer drei).



Man sucht also zuerst einmal diejenigen Möglichkeiten heraus, aus zwei Zahlen von 2 bis 8 die Summe 12 zu bilden. Dabei bemerkt man, dass es nur die Möglichkeiten 4 + 8 = 12 und 5 + 7 = 12 gibt. Somit steht fest, dass in den vier Kreisen in der Mitte der Figur die Zahlen 4, 5, 7 und 8 stehen müssen, wobei sich jeweils 4 und 8 sowie 5 und 7 gegenüber liegen müssen. Dadurch entstehen folgende acht Besetzungsmöglichkeiten für die vier Kreise in der Mitte:



Dabei fällt auf, dass es nur eine Möglichkeit gibt, bei der nicht direkt ein Widerspruch entsteht. Somit stehen die Plätze für die Zahlen 4, 5, 7 und 8 fest und die restlichen Zahlen brauchen nur noch davon ausgehend passend eingesetzt werden. Man kommt insgesamt auf folgende Lösung:



Didaktischer Kommentar:

Diese Aufgabe erfordert außer einfachen Additionen mit niedrigen und wenigen Zahlen kein besonderes mathematisches Fachwissen. Es muss logisch nachgedacht und systematisch vorgegangen werden. Die Aufgabe lässt sich jedoch auch durch bloßes Ausprobieren lösen. Insgesamt sind scharfes Hinsehen und ein geschickter Umgang mit Zahlen sowie das Erkennen von Zusammenhängen, Verknüpfungsfähigkeiten und leichtes Über-Eck-Denken hilfreich zur Lösung dieser Aufgabe.



Station 3: Köpfe und Beine

Gemeinsam mit seinem Vater besucht Paul den Fastnachtsumzug. Er ist ein begeisterter Zähler und zählt alles, was ihm in den Weg kommt. Soeben fährt ein Gespann aus Pferden und einigen Künstlern vorbei. Da Paul noch sehr klein ist, sieht er von ihnen nur die Beine und Füße. Eifrig beginnt er zu zählen. "Papa, die Gruppe eben hatte insgesamt 188 Beine", ruft Paul. "Das sind ja wahnsinnig viele. Ich habe gezählt, dass bei der Gruppe insgesamt 70 Personen und Pferde mitgelaufen sind." Paul möchte jedoch nicht nur wissen, wie groß die Gruppe insgesamt war, sondern wie viele Personen und wie viele Pferde jeweils teilgenommen haben. Da sich der Vater von Paul nicht mehr erinnern kann, muss eine andere Lösung her.

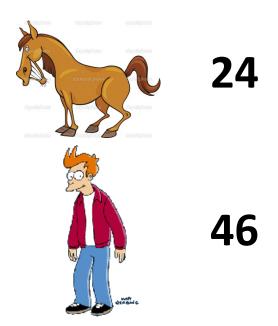
Kannst du bestimmen, wie viele Personen und wie viele Pferde bei der Gruppe mitgelaufen sind?



Bei dieser Aufgabe geht es darum, "die Beine auf die Köpfe zu verteilen". Man weiß zu nächst, dass Pferde vier Beine besitzen und Menschen zwei. Dabei kann man erkennen, dass zu allen 70 Gruppenmitgliedern mindestens zwei Beine gehören. Ordnet man die Beine den Gruppenmitgliedern zu,



bleiben noch 188 – $70 \cdot 2 = 188 - 140 = 48$ Beine übrig. Diese übrigen Beine gehören noch zu den Pferden und müssen entsprechend verteilt werden. Da Pferde vier Beine besitzen und bereits jedem Gruppenmitglied schon zwei Beine zugeteilt wurden, müssen die übrigen Beine noch in 2er-Packs den Gruppenmitgliedern zugeteilt werden. Man erhält $\frac{48}{2} = 24$ Pakete. Daraus kann man schließen, dass 24 Pferde bei der Gruppe dabei sind, da nun 24mal einem Gruppenmitglied vier Beine zugeordnet wurden. Damit folgt, dass 70 - 24 = 46 Personen beim Umzug mitlaufen. Somit ist die Frage beantwortet worden.

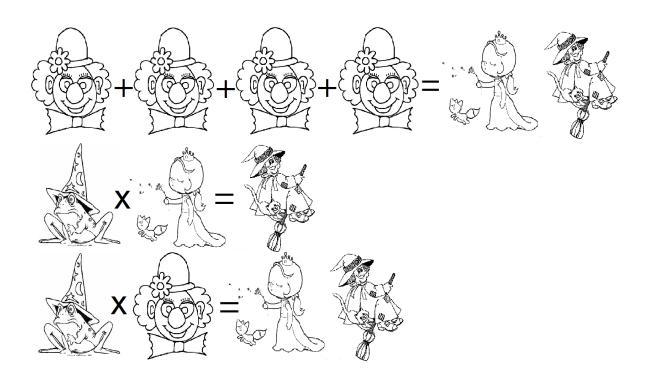


Didaktischer Kommentar:

Die Lösung dieser Aufgabe ist sowohl mit einer Gleichung realisierbar, als auch mit den oben geschilderten Überlegungen. Da Gleichungen und ihre Lösungsverfahren jedoch nicht Thema der 6. Klasse nach G8 ist, wird die Variante der logischen Zuordnung hier bevorzugt. Die Schülerinnen und Schüler können bei dieser Aufgabe gut mit einer einfachen informativen Figur arbeiten und jedem der 70 Gruppenmitglieder zunächst zwei Beine zuordnen. Die Ergänzung der anderen beiden Beine erfolgt dann unter Anwendung der Erfahrungen aus dem Alltag. Somit stellt die Aufgabe einen Lebensweltbezug dar und die Schülerinnen und Schüler können lernen, wie Erfahrungen aus dem Alltag ihnen im Mathematikunterricht weiterhelfen können. Somit werden auch die Unterrichtsziele nach Winter gefördert.



Löse das folgende Zahlenrätsel. Jede Figur steht dabei für eine Zahl von 1 bis 9. Für welche Zahl stehen Clown, Prinzessin, Hexe und Frosch?



Zunächst ersetze ich zwecks übersichtlicherer Darstellungsweise die Symbole durch Buchstaben. Ich erhalte dann die folgenden 3 Gleichungen:

- (1) a+a+a+a=bc
- (2) d·b=c
- (3) d·a=bc

Vergleicht man die erste mit der letzten Zeile, so kommt man schnell zu dem Schluss, dass d=4 sein muss, da man in der ersten Gleichung 4 mal den Buchstaben a hat und das Ergebnis der beiden Gleichungen identisch ist.

Betrachtet man mit diesem Wissen die zweite Gleichung, so sieht man schnell, dass b nur 1 oder 2 sein kann, da sonst ein zweistelliges Ergebnis herauskommen müsste. Wäre b aber 1, so müsste das Ergebnis der zweiten Gleichung d und nicht c lauten. Demnach ist b=2.

So kann man direkt c berechnen, denn 4·2=c=8. Das Ergebnis der ersten Gleichung muss demnach 28 sein, womit man für a den Wert 7 erhält.

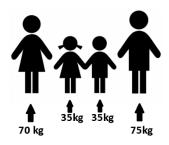
Didaktischer Kommentar:

Das Lösen der Aufgabe stellt für Schülerinnen und Schüler der 6. Klasse mit Sicherheit eine Herausforderung dar, da sie über keinerlei Grundkenntnisse über Gleichungen oder Gleichungssysteme verfügen. Dennoch ist es möglich, dieses Kryptogramm zu lösen, da eben gerade Standardinstrumente wie "Gleichsetzungsverfahren" oder Ähnliches hier zur Lösung nicht benötigt werden. Vielmehr kann man durch genaues Betrachten der Gleichungen und logische Überlegungen Schritt für Schritt die einzelnen Symbole entschlüsseln. Zudem muss man die wichtigen Zusammenhänge zwischen den einzelnen Gleichungen erkennen.



Station 5: Flussaufgabe

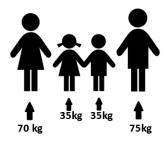
Charlie und Marie fahren mit ihren Eltern jedes Jahr über das lange Faschingswochenende in ihr kleines Ferienhaus in den Bergen zum Wandern und Skifahren. In diesem Jahr stoßen sie bei einer ihrer Wanderungen auf einen kleinen Fluss, den sie überqueren wollten. Weit und breit ist keine Brücke zu sehen und das Wasser ist zu tief und zu reißend, um zu schwimmen. Als sie eine Weile am Ufer entlang gegangen sind, entdecken sie ein verlassendes Wochenendhäuschen mit einer Anlegestelle, an der ein Boot befestigt ist. Das Boot ist jedoch winzig und hat eine Tragfähigkeit von maximal 75 kg. Der Vater wiegt jedoch 75kg, die Mutter 70kg und Tochter und Sohn je 35kg.



Wie kann die Familie mit dem entdeckten Boot übersetzen, und wie viele Flussüberquerungen sind dazu mindestens erforderlich?



Diese Aufgabe lässt sich nach einigen logischen Vorüberlegungen durch systematisches Probieren lösen. Wichtig ist dabei: Da sowohl Vater als auch Mutter nur alleine im Boot fahren können (da sonst das Mindestgewicht überschritten wird und das Boot sinkt), müssen die Kinder das Schiff, nachdem Vater bzw. Mutter die andere Uferseite erreicht haben, wieder zurücklenken.



Es ergibt sich die folgende Lösung:

1. Beide Kinder fahren zusammen zum anderen Ufer (da sie zusammen 70 kg wiegen, können sie beide gleichzeitig fahren).





2. Der Junge steuert das Boot zurück, das Mädchen bleibt auf der anderen Seite.







3. Der Vater rudert alleine auf die andere Uferseite. Mutter und Sohn bleiben an der Anlegestelle zurück.







4. Als der Vater am anderen Ufer ankommt, macht sich das Mädchen zurück auf den Weg zu Mutter und Bruder.







ANALARI MARILANIA MARIANIA MA

5. Sie holt den Bruder ab, rudert ihn zurück zur anderen Uferseite.







6. Dann fährt das Mädchen erneut zurück zur Anlegestelle am Festland.







7. Sie steigt aus und die Mutter rudert zu Vater und Sohn auf die andere Uferseite.







8. Zum Schluss fährt der Bruder zur Anlegestelle zurück.







9. Zusammen rudern er und seine Schwester zu Mutter und Vater.

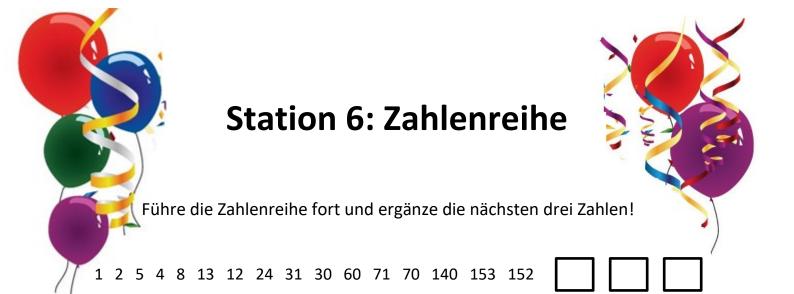




Dann hat die ganze Familie den Fluss überquert. Es sind demnach mindestens neun Flussüberquerungen nötig.

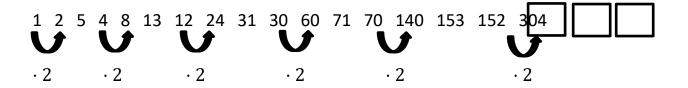
Didaktischer Kommentar:

Diese Aufgabe erfordert kein spezielles mathematisches Vorwissen, vielmehr muss logisch überlegt werden, wie die Familie sicher zum anderen Ufer gebracht werden kann. Eventuell kennen einige der Schülerinnen und Schüler bereits das Wolf-Schaf-Kohlkopf-Problem und können dieses neue Problem auf das ihnen bekannte übertragen. Das Lösen der Aufgabe ist nach logischen Vorüberlegungen durch systematisches Probieren lösbar.

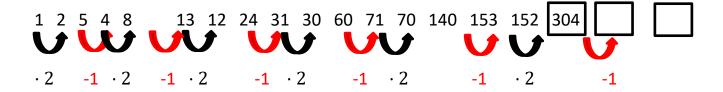




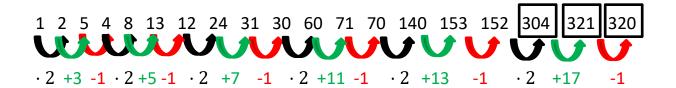
Zum Erkennen der Beziehungen zwischen den Zahlen ist mathematisches Geschick und ein erweitertes Zahlenverständnis notwendig. So bietet die Zahlenfolge 1 2 die Möglichkeit der Addition um 1 oder der Multiplikation mit 2. Versucht man nun, ein solches Paar in der weiteren Folge der Zahlenreihe zu finden, erkennt man, dass die Paare 4 8 bzw. 12 24 bzw. 30 60 bzw. 70 140 durch Multiplikation mit der Zahl 2 entstehen. Somit ist der Faktor 2 als erster Schritt gefunden.



Als nächstes fällt auf, dass es Paare 5 4 bzw. 13 12 bzw. 31 30 bzw. 71 70 bzw. 153 152 gibt, die alle durch eine Subtraktion der Zahl 1 entstehen. Damit ist der nächste Umformungsschritt gefunden.



Es steht noch ein letzter Schritt aus, der die Zahlenpaare 2 5 bzw. 24 31 bzw. 60 71 bzw. 140 153 verbindet. Der Abstand zwischen den Zahlenpaaren beträgt 3 bzw. 7 bzw. 11 bzw. 13. Betrachtet man sich diese Zahlen, können sie als Primzahlen identifiziert werden. Damit lautet die noch fehlende Umformung "plus 17", also die Addition der nächsten auf 13 folgenden Primzahl:



Damit lauten die drei gesuchten Zahlen: 304 321 320

Didaktischer Kommentar:

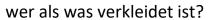
Bei dieser Aufgabe müssen die Lernenden Zusammenhänge zwischen den Zahlen identifizieren und die gewonnen Erkenntnisse realisieren, indem drei Zahlen am Ende der Reihe ergänzt werden.



Station 7: Kostümparty



Jasmin ist in diesem Jahr an Fasching zu einer Kostümparty bei ihrer Freundin Ella eingeladen. Drei ihrer Freundinnen sind schon vor ihr eingetroffen, doch sie sind so gut verkleidet, dass Jasmin sie nicht erkennen kann. Ella gibt ihr einen Tipp: "Annabelle, Bea und Chiara sind schon da. Sie sind als Drache, Ninja-Kämpferin und Hexe verkleidet. Annabelle ist nicht der Drache. Die Hexe ist älter als Bea. Der Freund des Drachen kommt später als Gartenzwerg und Beas Freund kommt als Peter Pan. Jetzt wird es dir sicherlich nicht schwer fallen, zu erraten,

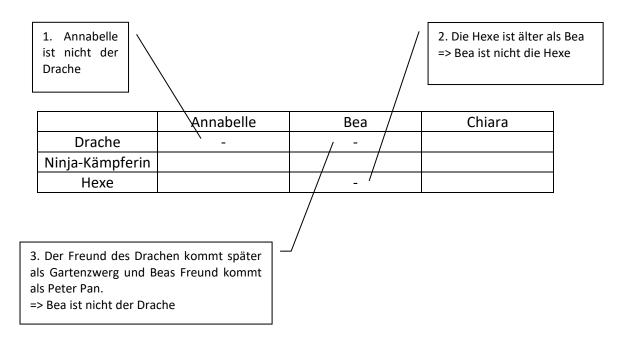








Diese Aufgabe lässt sich gut in einer Tabelle lösen. In die oberste Spalte werden die Vornamen der Freundinnen eingetragen, in die erste Zeile die Verkleidungen. Jede relevante Information, die im Text gegeben wird, lässt sich dort eintragen (man muss allerdings genau lesen, um diese Informationen zu entdecken):



Nun lässt sich das Schaubild ganz leicht vervollständigen:

- 1. Da weder Annabelle noch Bea als Drache verkleidet sind, muss Chiara der Drache sein.
- 2. Da Bea weder Drache noch Hexe ist, muss sie die Ninja-Kämpferin sein.
- 3. Nun bleibt für Annabelle nur noch das Hexen-Kostüm übrig!

	Annabelle	Bea	Chiara
Drache	-	-	٧
Ninja-Kämpferin	-	٧	-
Hexe	٧	-	-

Didaktischer Kommentar:

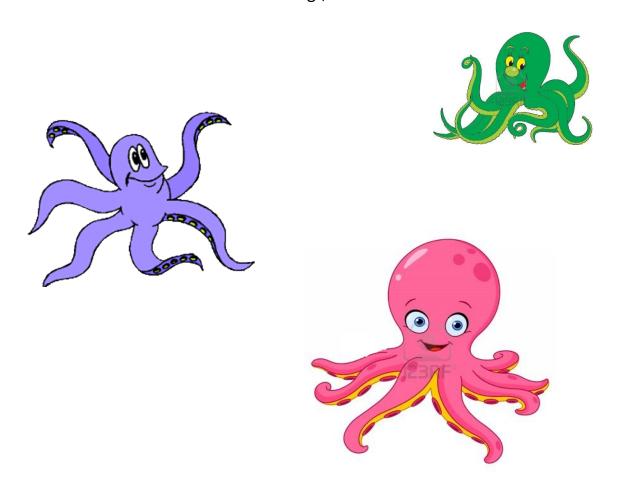
Diese Aufgabe lässt sich sehr einfach durch eine Tabelle lösen. Um diese ausfüllen zu können, muss man allerdings sehr gründlich den Informationstext lesen und die relevanten Informationen herausfiltern. Durch logische Überlegungen kann man dann leicht die richtigen Antworten erschließen.



Station 8: Kraken

Der Fastnachtsumzug in Mainz ist jedes Jahr ein großes Spektakel. Dieses Jahr ist aus den Tiefen der Meere auch eine Gruppe von Kraken mit prächtigen Kostümen von 6-, 7- und 8-armigen Kraken dabei. Man weiß aus sicherer Quelle, dass die 7-armigen Kraken stets lügen und den anderen Streiche spielen. Die anderen sind nette und treue Freunde und sprechen stets die Wahrheit. Eine Passantin hört während des Umzugs ein Gespräch von 4 Kraken. Da sie jedoch selbst ein Kostüm mit Maske trägt, durch die sie nicht recht sehen kann, kann sie die Gruppe nur hören und nicht sehen. Die Kraken sprechen über ihre Arme. Die blaue Krake behauptet: "Wir haben zusammen 28 Arme.". Der grüne sagt: "Wir haben zusammen 27 Arme.". "Es sind 26", sagt der gelbe. Und der rote spricht: "Es sind nur 25!".

Falls einer der Kraken die Wahrheit sagt, welche Farbe hat er dann?



Grundlage zum Lösen der Aufgabe ist die Information, dass die 7-armigen Kraken lügen. Macht man sich diesen Sachverhalt bewusst, so kann man aus den Aussagen der blauen, grünen, gelben und roten Kranke erkennen, dass mindestens drei Kranken lügen, da alle jeweils eine andere Gesamtarmanzahl angeben. Daher muss die Gruppe der vier Kraken aus mindestens drei 7-armigen Kraken bestehen. Wie aus der Fragestellung zu entnehmen, sagt eine Krake die Wahrheit. Daher ist die vierte Krake der Gruppe entweder eine 8-armige Krake oder eine 6-armige Krake.

Stellt man nun die Gesamtarmanzahl durch Addition dar, erhält man:

$$7 + 7 + 7 + 8 = 29$$
 und

$$7 + 7 + 7 + 6 = 28$$

Da keine der Kraken behauptet, dass die Gruppe 29 Arme besitzt kommt nur die Gesamtanzahl von 28 Armen als richtige Anzahl in Frage. Somit besteht die Gruppe aus drei 7-armigen Kraken und einer 6-armigen Krake.

Die grüne Krake hat also die Wahrheit gesagt.

Alternative:

Aufstellung aller Additionsmöglichkeiten für die jeweilige farbige Krake:

Blau: 28 = 8 + 7 + 7 + 6 oder 28 = 7 + 7 + 7 + 7

Grün: 27 = 7 + 7 + 7 + 6 oder 27 = 8 + 7 + 6 + 6

Gelb: 26 = 7 + 7 + 6 + 6 oder 8 + 6 + 6 + 6

Rot: 25 = 7 + 6 + 6 + 6

Nimmt man nun die Information hinzu, dass 3 Kraken lügen und eine Krake die Wahrheit sagt, dann kommt nur der Vorschlag der grünen Krake (27 = 7 + 7 + 7 + 6) als wahre Aussage in Frage.

Didaktischer Kommentar:

Bei dieser Aufgabe benötigen die Schülerinnen und Schüler ein hohes Maß an Text- und Leseverständnis, damit die Information, dass die 7-armigen Kraken lügen, nicht überlesen, sondern richtig eingeordnet und verwendet wird. Des Weiteren ist es wichtig, dass die Lernenden erkennen, dass von den Aussagen der vier Kraken genau drei falsch sind. Somit kann identifiziert werden, dass die Gruppe aus drei 7-armigen Kraken besteht. Die Ergänzung der vierten noch fehlenden Krake erfolgt durch einfache Addition und den Abgleich mit den zur Verfügung stehenden Gesamtanzahlen.